

• συντελεστής του όρου x^5 είναι : $\frac{f^{(5)}(0) \cdot x^5}{5!} \xrightarrow{f^{(5)}(0)=0}$

$$\frac{0 \cdot x^5}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 0$$

7) → Γ

Εφόσον η $f(x)$ έχει τη συνθήκη των 3^{ης} παραγώγων της στο $x=3$ και εφόσον $f^{(n)}(3)=0$ για $n \geq 3$, η $f(x)$ είναι της μορφής $ax^2 + bx + c$:

$$f(3) = 6 \Rightarrow 6 = 9a + 3b + c \quad (1)$$

$$f'(3) = 8 \Rightarrow 8 = 6a + b \quad (2)$$

$$f''(3) = 11 \Rightarrow 11 = 2a \Rightarrow \underline{a = 5,5}$$

$$(2) \Rightarrow 8 = 33 + b \Rightarrow \underline{b = -25}$$

$$(1) \Rightarrow 6 = 49,5 - 7,5 + c \Rightarrow \underline{c = 31,5}$$

Άρα: $f(x) = 5,5x^2 - 25x + 31,5 \Rightarrow f(7) = 0,49 + 7b + c \Rightarrow$
 $f(7) = 0,49 - 17,5 + 31,5 \Rightarrow \underline{f(7) = 126}$

8) → Γ

$$f'(x) = f(x) + 2 \quad ; \quad f(0) = 3 \rightarrow f'(0) = 29 \quad , \quad f''(x) = 3f(x) f'(x)$$

$$f''(0) = 3f(0) f'(0)$$

Εφόσον η $f(x)$ είναι ένα πολυώνυμο δεύτερου βαθμού νοείται αναγκαστικά ότι ισχύει για τους τρεις πρώτους όρους:

$$f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{1 \cdot 2} x^2 = 3 + 29 \cdot 0,2 + \frac{3f(0) f'(0)}{2!} x^2$$

$$= 3 + 29 \cdot 0,2 + \frac{27 \cdot 29}{1 \cdot 2} \cdot 0,04 = \underline{24,46}$$

9) → Β

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots = (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \quad (1)$$

ΟΝΟΜΑ : ΕΛΒΙΣ ΠΑΠΑ

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΑΕΜ : 952

QUIZ #1

1) → A

2) → Δ

Ενώ $f(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$

Για τις επιλογές Α, Β, Γ έχουμε $f(-1) = -1 - 3 - 1 - 3 = -8 \neq 0$

$$f(1) = 1 - 3 + 1 - 3 = -4 \neq 0$$

$$f(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^3 - 9 + 3 - 3 \neq 0$$

όπως $f(3) = 9 - 9 + 3 - 3 = 0$

Άρα μόνο το $x=3$ είναι ρίζα της εξίσωσης της
και όχι τα $x=-1$, $x=1$, $x=\sqrt{3}$

3) → Δ

Αφού οι λύσεις $(a,b,c) = 1,1,1$, $(a,b,c) = (1,-1,1)$, $(a,b,c) = (1,1,-1)$
δεν ικανοποιούν τις 3 εξισώσεις της δεν μπορεί
καμία από αυτές να είναι λύση του συστήματος της
Λύνοντας το σύστημα της δεν έχει παραδεκτή λύση

4) → Β

$$\int_0^{\pi/4} 2 \cos 2x dx = 2 \int_0^{\pi/4} \cos 2x dx = \frac{2}{2} (\sin 2x) \Big|_0^{\pi/4}$$

$$= 1 \cdot \sin 2x \Big|_0^{\pi/4} = \sin \frac{\pi}{2} - \sin 0 = 1$$

5) → Δ

$$y = 2 \sin(3x) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6 \cos(3x) \Rightarrow \frac{dy}{dx}(1.0) = 6 \cos 3$$

$$= 5.9918$$

6) → Α

Το ανάπτυγμα σειράς Maclaurin της $f(x) = \sin(2x)$ είναι :

$$f(0) + \frac{f'(0)}{1!} x + \frac{f''(0)}{2!} x^2 + \dots + \frac{f^{(5)}(0)}{5!} x^5 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \Rightarrow$$

© NEXT 40 GREECE

1

Το ανάπτυγμα κατά Maclaurin για μια συνάρτηση είναι :

$$f(0) + f'(0) \cdot x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \frac{f^{(4)}(0)x^4}{4!} + \dots \quad (2)$$

Παρατηρώντας τις (1), (2) βλέπουμε ότι :

$$f(0) = 1, \quad f'(0)x = 0, \quad \frac{f''(0)x^2}{2!} = \frac{-4 \cdot x^2}{2!}, \quad \frac{f'''(0)x^3}{3!} = 0$$

Άρα βλέπουμε η συνάρτησή μας να ικανοποιεί αυτές τις παραδοχές, δηλαδή $f'(0) \cdot x = 0$, $\frac{f'''(0)x^3}{3!} = 0$, $\frac{f^{(5)}(0)x^5}{5!} = 0$

οπότε μόνο η $\cos(2x)$ τις ικανοποιεί.

Εννολέον: $f(x) = \cos 2x$, $f(0) = 1 \leftarrow$

$$f'(x) = -2 \sin 2x, \quad f'(0) = 0$$

$$f''(x) = -4 \cos 2x, \quad f''(0) = -4 \leftarrow$$

$$f'''(x) = 8 \sin 2x, \quad f'''(0) = 0$$

$$f^{(4)}(x) = 16 \cos 2x, \quad f^{(4)}(0) = 16$$

$$\boxed{0} \rightarrow \Delta$$

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Το ανάπτυγμα της e^x κατά Taylor για $a=0$ (Maclaurin) :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots + \frac{x^n}{n!}, \quad \text{όπου } x = -t^2$$

$$e^{-t^2} = 1 - t^2 + \frac{t^4}{2!} - \frac{t^6}{3!} + \dots \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 - t^2 + \frac{t^4}{2!} + \dots \right)$$

$$\Rightarrow \int_0^x \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-t^2} dt = \int_0^x \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 - t^2 + \frac{t^4}{2!} + \dots \right) dt$$

$$\Rightarrow \operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left[\int_0^x 1 dt - \int_0^x t^2 dt + \int_0^x \frac{t^4}{2!} dt + \dots \right] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5 \cdot 2!} + \dots \right)$$

$$\Rightarrow \operatorname{erf}(2) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(2 - \frac{8}{3} + \frac{32}{5 \cdot 2!} \right) \Rightarrow \operatorname{erf}(2) = 2.8586$$